産業連関表の単位構造分析についての一考察

立正大学　藤岡明房

要旨

産業連関表を用いた単位構造分析は今から30年以上前の1980年に尾崎巌氏によって開発された分析手法である。ここで単位構造とは、ある特定の産業の最終需要が１単位生じた時、その財を１単位生産するための中間財の取引関係を示したものである。例えば、自動車産業の単位構造とは、自動車産業において自動車を１台だけ生産する場合の中間財の取引関係を表したものになる。ある特定産業についての中間財の取引構造を分析できるため、従来の産業連関分析と比べるとユニークな分析手法といえる。しかし、尾崎氏の単位構造分析の定式化が、初めから特定産業の単位構造だけを取り扱うものであったため、他の産業との関係や産業連関表全体との関係が不明であった。そのため、現在に至ってもその利用が限定されたものになっていた。

本報告では、単位構造についての一般式を定式化し、ある特定産業の単位構造だけでなく、あらゆる産業の単位構造を明示的に示すことを試みた。これによって、従来のあらかじめ特定の産業を指定し、その１つの産業しか取り扱っていなかった単位構造分析にくらべてみると、特定の産業にとらわれないで単位構造分析を行うことができるため、単位構造分析の利便性が増加することになるであろう。したがって、新しい単位構造分析を行うことも可能になるかもしれない。

本報告では、単位構造の一般式を定式化したことを踏まえて、輸入の取り扱いについて３種類を区別した。すなわち、（1）競争輸入型の産業連関表の輸入外生タイプの単位構造、（2）競争輸入型の産業連関表の輸入内生タイプの単位構造、（3）非競争輸入型の産業連関表の単位構造、の３種類である。従来の単位構造分析では、（1）の単位構造分析だけが行われていた。しかし、これからは、（2）や（3）のタイプの単位構造分析も行えることになる。

今回の報告は、単位構造分析の一般化を示すことが目的であるため、単位構造分析の追加的な分析手法などについてはほとんど触れていない。しかし、それらの追加的な分析手法については今後報告する予定である。

ＪＥＬ　６７
キーワード：　産業連関表　単位構造分析　競争輸入型　非競争輸入型

Consideration of unit structure analysis of input-output table

Risshou University Akifusa FUJIOKA

Abstruct

The unit structure analysis that uses input-output table is an analysis method developed by Pro.Ozaki in 1980. The input-output tables present all the economic activities being performed in a country or a region showing how goods and services produced by a certain industry in a given year are distributed among the industry itself, other industries, households, etc. Transactions of goods and services are broken down by intermediate and final use. The unit structure is a table of the procession form that shows transactions of intermediate goods to produce the goods by one unit when the final demand of a certain specific industry was caused by one unit. It represents the value of economic transactions in a given period of time. For instance, it becomes the one that the relation between transactions between intermediate goods when only one car is produced in the auto sector was shown with the unit structure of the auto sector. Because the transactions structure of intermediate goods of a certain specific industry can be analyzed, it can be said a unique analysis method compared with a past input-output analysis.

However, because the formulation of the unit structure analysis of Ozaki was the one to handle only the unit structure of specific industry since beginning, the relation to other industries and the relations to the entire inter-industry relations table were uncertain. Therefore, the use had been limited though it arrived now. In this report, it was tried to formulate the general type of the unit structure, and to show not only the unit structure of a certain specific industry but also the unit structures of all industries. As a result, the convenience of the unit structure analysis will increase because the unit structure can be analyzed without being caught in specific industry.

In this report, the general formula of the unit structure in light of the fact that it was formulated, was to distinguish three types for handling of imports. In other words, (1) unit structure of import exogenous type of competitive import type of input-output tables, (2) unit structure of import endogenous type of competitive import type of input-output tables, (3) industry association of non-competitive import type unit structure of the table, it is three. In a conventional unit structure analysis, only the unit structure analysis of (1) has been performed. However, from now on, it becomes (2) and (3) type unit structure analysis also can be performed it.

This report, because it shows a generalization of the unit structural analysis is desired, little mention such additional analytical methods of the unit structural analysis. However, for those of additional analysis technique is expected to be reported in the future.

産業連関表の単位構造分析についての一考察

立正大学　藤岡明房

1．はじめに

産業連関表を用いた単位構造分析は、尾崎巌（1980）によって開発された手法である。ここで、単位構造（あるいは、ユニット・ストラクチャー　Unit Structure ）とは、ある産業ｉで１単位の最終需要が生じた時、その需要を満たすために必要な中間財の産業間取引構造のことを意味する。例えば、自動車産業の単位構造については、自動車を１台生産するために必要な中間財の産業間取引構造を示すことになる。そのため、全ての産業の最終需要に応じて生み出される中間財の産業間取引構造にくらべると、１つの産業の最終需要１単位によって生み出された中間財の産業間取引構造を示しているため、その産業の固有の産業間取引構造を明らかにすることができるという長所がある。

しかし、尾崎の示した定式化だけでは特定の産業の単位構造は分かるが、他の産業との関係や産業構造全体との関係などは不明のため、単位構造分析の使い勝手が良くないという問題が存在する。その上、産業連関表には競争輸入型の産業連関表と非競争輸入型の産業連関表があり、競争輸入型の産業連関表はさらに輸入外生モデルと輸入内生モデルの区別がある。その区分に基づくと、尾崎の単位構造は競争輸入型の産業連関表の輸入外生モデルに限定されており、輸入内生モデルや非競争輸入型の産業連関表における単位構造については示されていないことになる。

本報告では､全ての産業についての単位構造を示す単位構造の一般式を定式化し､その性質について検討する。続いて、競争輸入型の産業連関表の輸入内生モデルについての単位構造と、非競争輸入型の産業連関表の単位構造についても一般式を定式化してみる。これらによって、単位構想分析の適用範囲を拡張することができることになるであろう。

2．単純な産業連関分析

産業連関表に基づいた産業連関分析は、W.W.レオンテェフによって 1930 年代にはじめられ、1940 年代にある程度完成した。

ある産業ｉの生産は中間財の需要x_{ij}と最終財需要f_iの合計と等しくなる。

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n}+f_1 \\
x_2 &= x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2n}+f_2 \\
x_i &= x_{i1}+x_{i2}+\cdots+x_{in}+f_i \\
x_n &= x_{n1}+x_{n2}+\cdots+x_{nn}+f_n
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

また、ｊ産業の産出x_jには投入財ｊ＝1，２、…、ｎのベクトル（x_{1j}、x_{2j}、…、x_{nj}）が必要である。ｊ財の産出と投入財との間で比例関係を仮定すると、投入産出の比率は一定になる。そのため、投入係数$a_{ij} \equiv x_{ij}/x_j$が定式化できる。

この投入係数を利用すると、（1）式は次のように定式化できる。

$$
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n-1} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{in-1} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn-1} & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix} \qquad (2)
$$

この行列式をベクトル表示に置き換えると、

$$X = AX + F \qquad (3)$$

となる。ここで、Ｘは産出ベクトル、Ａは投入係数行列、Ｆは最終需要ベクトルである。

この行列式を変形すると、

$$(I - A) \cdot X = F \tag{4}$$

となる。この行列式から、レオンテェフの逆行列を求めると、次のようになる。

$$X = (I - A)^{-1} \cdot F \tag{5}$$

レオンテェフの逆行列 $(I - A)^{-1}$はＢと表すことにする。Ｂのｉ行ｊ列の要素は、b_{ij}である。そのため、（５）式は、

$$X = B \cdot F \tag{6}$$

となる。

３．単位構造分析の拡張

前節の単純な産業連関分析では、輸出や輸入は明示的には示されていなかった。そこで、輸出Ｅと輸入Ｍを取り入れた産業連関分析を行うことにする。最終需要Ｆは国内財の需要F^dと輸出Ｅから輸入Ｍを引いたものになる。したがって、需給均衡式は、以下のように拡張される。

$$X = AX + F^d + E - M \tag{7}$$

輸入の扱い方によって３種類の産業連関表が得られる。第１は、輸入品が国産品と類似性が高いため、国産品と競争しているものとみなして定式化する場合と、輸入品が国産品との類似性が低いため国産品と競争していないとみなして定式化する場合である。前者が競争輸入型産業連関表であり、後者が非競争輸入型産業連関表である。前者については、輸入が産出と関連しているとみなさない非関連タイプと産出と関連しているとみなす関連タイプとがある。非関連タイプは輸入外生タイプであり、関連タイプは輸入内生タイプである。

このように輸入を３種類に分けることによって、定式化も３種類に区別できる。そのため、単位構造分析を行うための単位構造自体も３種類に分かれることになる。

そこで、はじめに一番単純な競争輸入型産業連関表の輸入外生タイプについての単位構造を求めてみることにする。輸入が産出から独立であるから、中間投入は国産品と輸入品の区別をしなので、投入係数Ａは競争輸入型産業連関表の投入係数になる。そして、輸入が外生なので、中間需要の中の輸入分を部分から引く必要がある。そのため、結果的に(7)式と同じ式になる。

$$X = AX + F^d + E - M \tag{7'}$$

この（７）’式からレオンテェフ逆行列を求めると以下の式が得られる。

$$X = (1 - A)^{-1} (F^d + E - M)$$

すなわち、

$$X = B \cdot (F^d + E - M) \tag{8}$$

である。ここで、Ｂはレオンテェフ逆行列を表す。そのｉ行ｊ列の要素はb_{ij}となる。

単位行列を求めるためには、（８）式を改めて（７）’式に代入する。その結果、

$$X = A \cdot B \cdot (F^d + E - M) + (F^d + E - M) \tag{9}$$

という式が得られる。

最終需要Ｆは、国内需要F^dと輸出Ｅの合計から輸入Ｍを引いたものになる。

$$F = F^d + E - M \tag{10}$$

したがって、（９）式は以下のようになる。

$$X = A \cdot B \cdot F + F \tag{11}$$

（１１）式を行列で表示すると以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1i} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2i} & b_{2n} \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{ii} & b_{in} \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{ni} & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix} \quad （１２）$$

ここで、

$$\mathrm{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1i} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2i} & b_{2n} \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{ii} & b_{in} \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{ni} & b_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathrm{F} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix}$$

である。

（１２）式を変形すると，

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} f_1 + b_{12} f_2 + b_{1i} f_i + b_{1n} f_n \\ b_{21} f_1 + b_{22} f_2 + b_{2i} f_i + b_{2n} f_n \\ b_{i1} f_1 + b_{i2} f_2 + b_{ii} f_i + b_{in} f_n \\ b_{n1} f_1 + b_{n2} f_2 + b_{ni} f_i + b_{nn} f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} f_1 \\ b_{21} f_1 \\ b_{i1} f_1 \\ b_{n1} f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{12} f_2 \\ b_{22} f_2 \\ b_{i2} f_2 \\ b_{n2} f_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1i} f_i \\ b_{2i} f_i \\ b_{ii} f_i \\ b_{ni} f_i \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1n} f_n \\ b_{2n} f_n \\ b_{in} f_n \\ b_{nn} f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{i1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{n1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_1 \\ f_1 \\ f_1 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{n2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_2 \\ f_2 \\ f_2 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{ni} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{ii} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{ni} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_i \\ f_i \\ f_i \\ f_i \end{bmatrix} + \cdots$$

$$+\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1i} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2i} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ii} & a_{in} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{in} & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{in} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_n \\ f_n \\ f_n \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix} \qquad (13)$$

となる。ここで、レオンテェフの逆行列Ｂのｊ列だけのベクトルをB^jとする。さらに、このベクトルの要素を用いた対角行列を$\bar{B}^j$とおく。第ｊ財の最終需要ベクトルはF^jと表す。

$$B^j = \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ b_{ij} \\ b_{nj} \end{bmatrix} \qquad \bar{B}^j = \begin{bmatrix} b_{1j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{nj} \end{bmatrix} \qquad F^j = \begin{bmatrix} f_j \\ f_j \\ f_j \\ f_j \end{bmatrix}$$

すると、

$$X = A \cdot \bar{B}^1 \cdot F^1 + A \cdot \bar{B}^2 \cdot F^2 + \cdots + A \cdot \bar{B}^n \cdot F^n + F \qquad (14)$$

という式が得られる。この式を行列で表示すると以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{21} & a_{1i}b_{i1} & a_{1n}b_{n1} \\ a_{21}b_{11} & a_{22}b_{21} & a_{2i}b_{i1} & a_{2n}b_{n1} \\ a_{i1}b_{11} & a_{i2}b_{21} & a_{ii}b_{i1} & a_{in}b_{n1} \\ a_{n1}b_{11} & a_{n2}b_{21} & a_{ni}b_{i1} & a_{nn}b_{n1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_1 \\ f_1 \\ f_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11}b_{12} & a_{12}b_{22} & a_{1i}b_{i2} & a_{1n}b_{n2} \\ a_{21}b_{12} & a_{22}b_{22} & a_{2i}b_{i2} & a_{2n}b_{n2} \\ a_{i1}b_{12} & a_{i2}b_{22} & a_{ii}b_{i2} & a_{in}b_{n2} \\ a_{n1}b_{12} & a_{n2}b_{2i} & a_{ni}b_{i2} & a_{nn}b_{n2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_2 \\ f_2 \\ f_2 \\ f_2 \end{bmatrix} + \cdots$$

$$+\begin{bmatrix} a_{11}b_{1i} & a_{12}b_{2i} & a_{1i}b_{ii} & a_{1n}b_{ni} \\ a_{21}b_{1i} & a_{22}b_{2i} & a_{2i}b_{ii} & a_{2n}b_{ni} \\ a_{i1}b_{1i} & a_{i2}b_{2i} & a_{ii}b_{ii} & a_{in}b_{ni} \\ a_{n1}b_{1i} & a_{n2}b_{2i} & a_{ni}b_{ii} & a_{nn}b_{ni} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_i \\ f_i \\ f_i \\ f_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11}b_{1n} & a_{12}b_{2n} & a_{1i}b_{in} & a_{1n}b_{nn} \\ a_{21}b_{1n} & a_{22}b_{2n} & a_{2i}b_{in} & a_{2n}b_{nn} \\ a_{i1}b_{1n} & a_{i2}b_{2n} & a_{ii}b_{in} & a_{in}b_{nn} \\ a_{n1}b_{1n} & a_{n2}b_{2n} & a_{ni}b_{in} & a_{nn}b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_n \\ f_n \\ f_n \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix}$$

したがって、第ｋ産業の第ｉ行第ｊ列の要素がu_{ij}^kとなる単位構造行列U^kを用いると次のようになる。

$$X = U^1 F^1 + U^2 F^2 + \cdots + U^n F^n + F \qquad (15)$$

ただし、$F^k = {}^t[\ f_k \quad f_k \quad \cdots f_k]$，$F = [f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_n]$　である。

あらためてこの式を行列表示で表すと以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11}^1 & u_{12}^1 & u_{1i}^1 & u_{1n}^1 \\ u_{21}^1 & u_{22}^1 & u_{2i}^1 & u_{2n}^1 \\ u_{i1}^1 & u_{i2}^1 & u_{ii}^1 & u_{in}^1 \\ u_{n1}^1 & u_{n2}^1 & u_{ni}^1 & u_{nn}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_1 \\ f_1 \\ f_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11}^2 & u_{12}^2 & u_{1i}^2 & u_{1n}^2 \\ u_{21}^2 & u_{22}^2 & u_{2i}^2 & u_{2n}^2 \\ u_{i1}^2 & u_{i2}^2 & u_{ii}^2 & u_{in}^2 \\ u_{n1}^2 & u_{n2}^2 & u_{ni}^2 & u_{nn}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_2 \\ f_2 \\ f_2 \\ f_2 \end{bmatrix} + \cdots$$

$$+\begin{bmatrix} u_{11}{}^{k} & u_{12}{}^{k} & u_{1i}{}^{k} & u_{1n}{}^{k} \\ u_{21}{}^{k} & u_{22}{}^{k} & u_{2i}{}^{k} & u_{2n}{}^{k} \\ u_{i1}{}^{k} & u_{i2}{}^{k} & u_{ii}{}^{k} & u_{in}{}^{k} \\ u_{n1}{}^{k} & u_{n2}{}^{k} & u_{ni}^{k} & u_{nn}{}^{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_k \\ f_k \\ f_k \\ f_k \end{bmatrix} +\cdots+ \begin{bmatrix} u_{11}{}^{n} & u_{12}{}^{n} & u_{1i}{}^{n} & u_{1n}{}^{n} \\ u_{21}{}^{n} & u_{22}{}^{n} & u_{2i}{}^{n} & u_{2n}{}^{n} \\ u_{i1}{}^{n} & u_{i2}{}^{n} & u_{ii}{}^{n} & u_{in}{}^{n} \\ u_{n1}{}^{n} & u_{n2}{}^{n} & u_{ni}{}^{n} & u_{nn}{}^{n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_n \\ f_n \\ f_n \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_i \\ f_n \end{bmatrix} \qquad (16)$$

この単位構造行列を利用した（１６）式は、単位構造分析の基本式とみなすことができる。例えば、ｋ産業についての単位構造を得るためには、$F^{k}={}^{t}(1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1)$，$f_1=f_2=\cdots=f_i=\cdots=f_n=0 \quad (k\neq i)$ とおくと、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11}^{k} & u_{12}^{k} & u_{1i}^{k} & u_{in}^{k} \\ u_{21}^{k} & u_{22}^{k} & u_{2i}^{k} & u_{2n}^{k} \\ u_{i1}^{k} & u_{i2}^{k} & u_{ii}^{k} & u_{1n}^{k} \\ u_{n1}^{k} & u_{n2}^{k} & u_{ni}^{k} & u_{nn}^{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

となる。（１４）式の右辺の係数行列がｋ産業の単位構造の係数行列である。すなわち、この係数行列は、第ｋ産業に対する最終需要が１単位生じる時、その需要を満たすための中間財の投入係数の連関構造を表わしている。

４．輸入内生タイプの単位構造分析

競争輸入型産業連関表において輸入が内生タイプの場合、中間財の輸入M^Aについては中間財の産出ＡＸに依存し、最終財の輸入M^Fについては国内財の需要F^dに依存すると仮定する。すると、需給均衡式の（７）式は、次のように変換できる。

$$\begin{aligned} X &= AX + F^{d} + E - (M^{A} + M^{F}) \\ &= AX + F^{d} + E - (\bar{M}^{A}AX + \bar{M}^{F}F^{d}) \\ &= (1-\bar{M}^{A})\,AX + (1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E \qquad (18) \end{aligned}$$

ここで、$\bar{M}^A$は中間財輸入についての輸入係数行列であり、$\bar{M}^F$は最終財需要についての輸入係数行列である。

$$\bar{M}^{A} = M^{A} / AX \qquad \bar{M}^{F} = M^{F} / F^{d}$$

$$\bar{M}^{A} = \begin{bmatrix} m_1^{a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i^{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n^{a} \end{bmatrix} \qquad \bar{M}^{F} = \begin{bmatrix} m_1^{f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i^{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n^{f} \end{bmatrix}$$

（１８）式からレオンテェフの逆行列を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} X &= \{1-(1-\bar{M}^{A})\,A\}^{-1} \cdot \{(1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E\} \\ &= \tilde{B} \cdot \{(1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E\} \qquad (19) \end{aligned}$$

（１９）式を（１８）式に代入して整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} X &= (1-\bar{M}^{A})\,A \cdot \tilde{B} \cdot \{(1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E\} + (1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E \\ &= (1-\bar{M}^{A})(1-\bar{M}^{F})\,A \cdot \tilde{B} \cdot F^{d} + (1-\bar{M}^{A})\,A \cdot \tilde{B} \cdot E + (1-\bar{M}^{F})\,F^{d} + E \qquad (20) \end{aligned}$$

この（２０）式に基づいて輸入内生タイプの単位構造を求めてみる。そこで、行列表示に換えて、整理すると次のようになる。

$$
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ x_n \end{bmatrix} = (1-\bar{M}^A)(1-\bar{M}^F)\left\{ \begin{bmatrix} u_{11}^1 & u_{12}^1 & u_{1i}^1 & u_{1n}^1 \\ u_{21}^1 & u_{22}^1 & u_{2i}^1 & u_{2n}^1 \\ u_{i1}^1 & u_{i2}^1 & u_{ii}^1 & u_{in}^1 \\ u_{n1}^1 & u_{n2}^1 & u_{ni}^1 & u_{nn}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1^d \\ f_1^d \\ f_1^d \\ f_1^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11}^2 & u_{12}^2 & u_{1i}^2 & u_{1n}^2 \\ u_{21}^2 & u_{22}^2 & u_{2i}^2 & u_{2n}2 \\ u_{i1}^2 & u_{i2}^2 & u_{ii}^2 & u_{in}^2 \\ u_{n1}^2 & u_{n2}^2 & u_{ni}^2 & u_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2^d \\ f_2^d \\ f_2^d \\ f_2^d \end{bmatrix} \right.
$$

$$
\left. +\cdots+ \begin{bmatrix} u_{11}^i & u_{12}^i & u_{1i}^i & u_{1n}^i \\ u_{21}^i & u_{22}^i & u_{2i}^i & u_{2n}^i \\ u_{i1}^i & u_{i2}^i & u_{ii}^i & u_{in}^i \\ u_{n1}^i & u_{n2}^i & u_{ni}^i & u_{nn}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^d \\ f_i^d \\ f_i^d \\ f_i^d \end{bmatrix} +\cdots+ \begin{bmatrix} u_{11}^n & u_{12}^n & u_{1i}^n & u_{1n}^n \\ u_{21}^n & u_{22}^n & u_{2i}^n & u_{2n}^n \\ u_{i1}^n & u_{i2}^n & u_{ii}^n & u_{in}^n \\ u_{n1}^n & u_{n2}^n & u_{ni}^n & u_{nn}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_n^d \\ f_n^d \\ f_n^d \\ f_n^d \end{bmatrix} \right\}
$$

$$
+(1-\bar{M}^A)\, A \cdot \tilde{B} \cdot E \ + (1-\bar{M}^F)\, F^d + E \qquad (21)
$$

輸入内生タイプの場合、単位構造に関する一般式である。例えば、国内財ｉに対する最終需要が１単位生じた時の単位構造は $(1-\bar{M}^A)(1-\bar{M}^F)\,U^i \cdot F_i^d$ と表すことができる。

５．非競争輸入型産業連関表の単位構造分析

非競争輸入型の産業連関表の場合国内財 X^d と輸入財 X^m は区別されるので、中間財と最終財について国内財と最終需要とに区別する。粗結果、需給均衡式は次のようになる。

$$
\begin{aligned} X &= X^d + X^m + F^d + F^m + E \\ &= A^d X + A^m X + F^d + F^m + E \qquad (22) \end{aligned}
$$

したがって、レオンテェフの逆行列は次のようになる。

$$
X = (1-A^d-A^m)^{-1}(F^d+F^m+E) \qquad (23)
$$

（２３）式を（２２）式に代入することによって単位構造分析の基本式を得る。

$$
\begin{aligned} X = {} & U^{1d}F^{1d} + U^{1m}F^{1m} + U^{2d}F^{2d} + U^{2m}F^{2m} + \cdots + U^{id}F^{id} + U^{im}F^{im} + \cdots \\ & + U^{nd}F^{nd} + U^{nm}F^{nm} \end{aligned}
$$

この基本式に基づいて、国内財ｉの最終需要が１単位生じた場合の単位構造 U^{id} が得られる。同様に，輸入財ｉの最終需要が１単位生じた場合の単位構造 U^{im} も得られる。

６．結論

本報告では、単位構造分析の拡張を行うことを試みた。単位構造分析はある産業に対する最終需要が１単位だけ発生した場合の中間財の取引構造を示したものになるため、通常の産業連関表の中間財の取引構造と比べるとユニークな取引構造といえる。しかし、単位構造の性質は分かっていても、産業連関表全体との関係が明らかではなかったため、その利用は限定されたものであった。しかし、単位構造の基本式が示されたことにより、ある特定産業の単位構造だけでなく、他の産業の単位構造との比較や全産業の中間財の取引構造の中における位置づけなどもできることになる。その意味で単位構造分析の適用範囲が拡大されたことになる。

しかし、本報告では単位構造分析の手寄与用方法の一部しか示していない。今後は、さらなる拡張を行う予定である。

尾崎巖（1980）「経済発展の構造分析（三）―経済の基本構造の決定」三田学会雑誌第７３巻第５号、66－94 頁。