

不確実性と社会的割引率

一 逡減的割引率, 炭素の社会的費用, Weitzman-Gollier パズル

(和文アブストラクト)

横浜国立大学名誉教授 白 井 功

2010年の時点で二酸化炭素を、全く削減しないベースラインから1炭素トンだけ削減するという公共プロジェクトの1年間当たりの社会的便益(地球温暖化による損害の減少分)をNordhaus(2008)のDICE(The Dynamic Integrated model of Climate and the Economy)-2007を用いて300年間について試算した結果がある。それによると、このプロジェクトを実施した場合、1年間当たりの便益は実施直後の約0.5USドルから300年間にわたって増加し続け、300年後には8USドルを超えて、実施直後と比べて圧倒的に大きくなっている。

上記のプロジェクトを実施すべきか否かの決定は通常、その便益とそれを実施するためにかかる費用を比較する費用便益分析を用いてなされる。その際には、費用と便益を現時点まで割り引いてそれらの現価を求める割引計算が必要である。現在、公共プロジェクトの割引計算においては一部の例外を除き、時間を通じて一定の割引率が伝統的・一般的に用いられている。しかし、この伝統的割引の利用は、プロジェクトが上記の地球温暖化のように、数十年ないし数百年という遠い将来にまで環境に物理的影響を及ぼす場合不適切とされる。その理由は2つある。その一つは割引率が高いとき、遠い将来に発生する便益と費用を一定率で現時点まで割り引くと、その割引値すなわち現価は非常に小さな(無視しうる)値となるので、遠い将来への影響を著しく過小評価ないし無視することになるということである。もう一つの理由は割引率が1%違うだけでも費用便益分析の結果がかなり異なり、数パーセント違えばその結果は大いに異なるにも拘らず、適切な割引率については論者や国によってさまざまな主張があり、合意は得られていないということである。

上記の問題を解決するために、1990年代の中葉から逡減的割引率(declining discount rate, DDR)の利用が提唱されるようになった。DDRの理論的根拠はいくつかある。その一つはRamsey(1928)の最適成長モデルやWeitzman(1994)の環境制御モデルのような決定論的な根拠である。しかし、DDRの最大の理論的根拠はプロジェクトあるいは政策の費用と便益のフローの将来の不確実性と、割引率自体の、あるいは割引率の決定に影響を与えると考えられる時間選好率、市場利子率、経済成長率などの諸要因の不確実性である。Weitzman(1998)は割引率の不確実性の下で、まず確実性等価割引因子という概念を導入し、次にこの概念に基づいて確実性等価割引率(certainty equivalent discount rate, CEDR)を導出し、このCEDRが $t \rightarrow \infty$ のときの極限の最小可能な値に向かって逡減することを示した。Gollier(2001, 2002a, b, 2004)はLucas(1978)の樹木モデル(tree model, 人々が果樹を育て、その実を食べて生活するという経済モデル)を利用して、成長の不確実性がDDRを導くことを示した。IIでは主としての前者の主張を概観し、その図示を試みるとともに、平均割引率(実質期間構造)と瞬間(限界)割引率(フォーワード・レート)の相異についても論ずる。またDDRはWeitzman(2001), Newell & Pizer(2003), Groom, Koundouri, Panopoulou, and Pantelidis(2007), Alberini, Tonin and Turvani(2009), Freeman, Groom, Panopoulou, and Pantelidis(2013)などの実証分析によっても支持されている。IIIではこれらのDDRの実証分析について概観するとともに、二酸化炭素排出の限界的削減(増加)の社会的限界便益(費用)をこれらの実証分析から得られた様々なDDRを用いて計算した例についても述べる。Gollier(2004)は以上のDDRを支持する理論的および実証的分析に対して、Weitzman(1998)と同じ理論的枠組みにおいて、投資決定基準としてWeitzmanのように期待正味現価ではなく、期待正味将来価値をとることによって、CEDRは逡増することを示し、Weitzman(1998)とは正反対の結論に達した。このようにCEDRの性質に関してWeitzmanとGollierの結論が正反対であることはWeitzman-Gollierパズルと呼ばれる。IVではこれについて触れる。

Uncertainty and Social Discount Rate
—Declining Discount Rate, Social Cost of Carbon, and Weitzman-Gollier Puzzle—
(Abstract)

Isao USUI (Yokohama National University, Professor Emeritus)

According to a study using the Dynamic Integrated model of Climate and the Economy (DICE)-2007 (Nordhaus, 2008), the annual benefits of a public project which mitigates carbon dioxide emissions by one ton of carbon in 2010 last for centuries, increasing from 0.5US\$ in 2010 to 8US\$ 300 years after, on the contrary the mitigation costs are born only in 2010 (and in the near few years). It is widely recognized that the ability of such projects that have long time horizons to pass the cost-benefit test is critically dependent upon the choice of the rate at which future benefits and costs are discounted. But we do not yet have a consenting answer to the question: What discount rate should we choose in the cost-benefit test of the projects, like mitigation of carbon dioxide emission, that effect on the far distant future?

Moreover, it is unfortunately unclear how to discount distant future events when the future discount rate itself is unknown. Weitzman (1998) proposes a new theoretical approach to resolving the question based on the expected net present value (ENPV) approach. He introduces the notions of certainty equivalent discount factor (CEDF) and certainty equivalent discount rate (CEDR) of uncertain future discount rate, and argues that the uncertainty about future discount rates justifies using a social discount rate which declines over time (declining discount rate, DDR). We here try to illustrate DDR by a diagram, which, to my knowledge, nobody has yet done. Gollier (2004) reduces DDR under uncertainty of the rate of consumption growth, which is an uncertainty version of the Ramsey formula. On suggestions by Weitzman (1998) and Gollier (2004), United Kingdom (since 2003) and France (since 2005) use DDR in evaluating public projects. Note that their DDRs are the marginal discount rates (the forward rates) which should be differentiated from the average discount rates (the effective term structure).

Newell and Pizer (2003), Groom, Koundouri, Panopoulou, and Pantelidis (2007), and Freeman, Groom, Panopoulou, and Pantelidis (2013) show that the US CEDRs decline through time based on historical time series of US interest rates and present estimates of the forward rates for US. They also calculate the marginal social cost of carbon as the present value of global damages from emitting a ton of carbon in 2000 using forward rates from their models. We compare the marginal social costs of carbon they calculate.

Contrary to the above theories and empirical researches which approve DDR, Gollier (2004) shows that a seemingly analogous argument used to justify DDR can also be used to justify increasing CEDR or increasing discount rate based on the expected net future value (ENPV) approach, and puts forward the so-called Weitzman-Gollier puzzle. We review some attempts to resolve the puzzle.

Keywords: cost-benefit analysis, declining discount rates, social cost of carbon, the Weitzman-Gollier puzzle

JEL classifications: E43, D61, D81, H43

不確実性と社会的割引率

一過減的割引率, 炭素の社会的費用, Weitzman-Gollier パズル

(和文レジュメ)

横浜国立大学名誉教授 白井 功

I. はじめに

2010年の時点で二酸化炭素を、全く削減しないベースラインから1炭素トンだけ削減するという公共プロジェクトの1年当たりの社会的便益(地球温暖化による損害の減少分)をNordhaus(2008)のDICE(The Dynamic Integrated model of Climate and the Economy)-2007を用いて300年間について試算した結果があり、それを図示すると図1のようになる(坂本(2012)参照)。この図から明らかのように、このプロジェクトを実施した場合、便益は300年間にわたって増加し続け、300年後の便益は現時点と比べて圧倒的に大きくなっている。

上記のプロジェクトを実施すべきか否かの決定は通常、その便益とそれを実施するためにかかる費用を比較する費用便益分析を用いてなされる。その際には、費用と便益を現時点まで割り引いてそれらの現価を求める割引計算が必要である。現在、公共プロジェクトの割引計算においては一部の例外を除き、時間を通じて一定の割引率が伝統的・一般的に用いられている。しかし、この伝統的割引の利用は、プロジェクトが上記の地球温暖化のように、数十年ないし数百年という遠い将来にまで環境に物理的影響を及ぼす場合不適切とされる。その理由は2つある。それを数値例で示すために、200年後に得られる便益10億円の現価を様々な割引率を用いて求めてみよう。まず、カナダとニュージーランドで社会的割引率として奨められている8%とすると、現価は206円、アメリカで一般的に奨められている7%のとき1,328円、Nordhaus(1994, 2000)のように割引率を6%とすると、8,686円、Weitzman(2007)のように5%とすると、5.8万円、日本で奨められている4%のとき39.2万円、ドイツで奨められている3%のとき270.7万円、Stern Review(2007)でとられた1.4%のとき6,200.2万円である。この数値例から分かるように、一般に割引率が5~8%と高いとき、200年後というような遠い将来に発生する便益と費用を一定率で現時点まで割り引くと、その割引値すなわち現価は206円~5.8万円という非常に小さな(無視しうる)値となるので、遠い将来へ

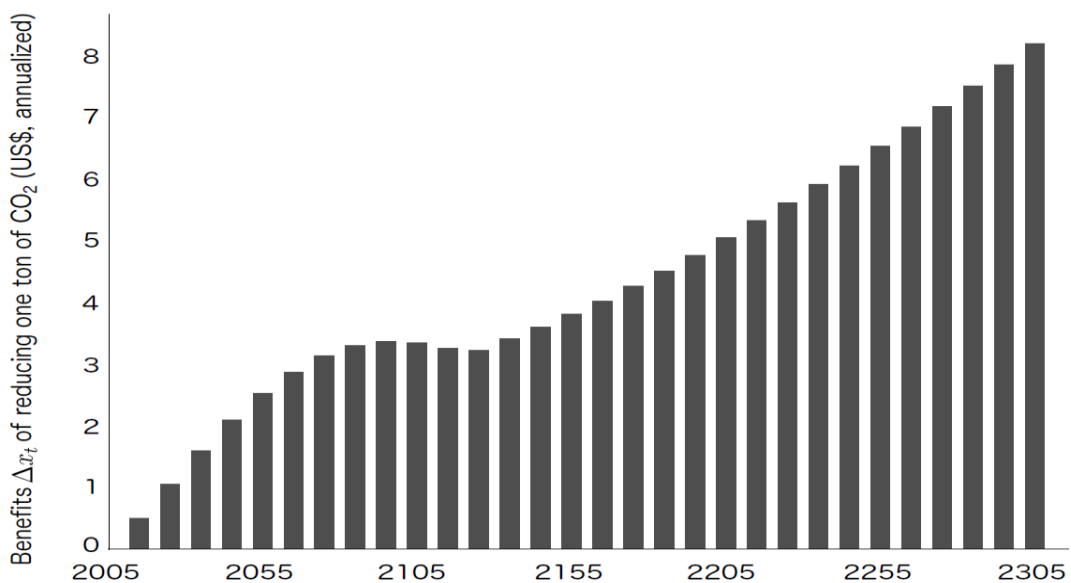


図1 二酸化炭素削減の社会的便益

の影響を著しく過小評価ないし無視することになる。これが時間を通じて一定の割引率を遠い将来にまで環境に物理的影響を及ぼす場合に適用することが不適切な理由の一つである。

上記の数値例から分かるもう一つのことは、割引率の変化が小さくとも現価は大きく変わりうるということである。例えば、割引率が5%→4%に1パーセント・ポイント下がると、現価は5.8万円→39.2万円と約7倍になる。また、割引率が上記の中で最大の8%→最小の1.4%に下がると、現価は206円→6,200.2万円と約300,000倍になる。以上より、割引率が1%違うだけでも費用便益分析の結果がかなり異なり、数パーセント違えばその結果は大いに異なることが分かる。したがって、便益の発生が遠い将来に及ぶ場合の費用便益分析においては、割引率の選択が非常に重要となる。しかし、上記のように、適切な割引率については論者や国によってさまざまな主張があり、合意は得られていない。これが時間を通じて一定の割引率を遠い将来にまで影響が及ぶ場合に適用することが不適切なもう一つの理由である。

上記の問題を解決するために、1990年代の中葉から逓減的割引率 (declining discount rate, DDR) の利用が提唱されるようになった。DDR の理論的根拠はいくつかある。その一つは Ramsey(1928)の最適成長モデルや Weitzman (1994)の環境制御モデルに基づく決定論的な根拠である。しかし、DDR の最大の理論的根拠はプロジェクトあるいは政策の費用と便益のフローの将来の不確実性と、割引率自体の、あるいは割引率の決定に影響を与えると考えられる時間選好率、市場利子率、経済成長率などの諸要因の不確実性である。Weitzman(1998)は割引率の不確実性が DDR を導くことを理論的に示し、Gollier(2001, 2002a, b, 2004) は成長の不確実性が DDR を導くことを示した。II ではこの両者の主張を概観する。また DDR は Weitzman(2001), Newell & Pizer(2003) (以下, N&P), Groom et al. (2007), Alberini, Tonin and Turvani(2009), Freeman et al. (2013)などの実証分析によっても支持されている。III では DDR の実証分析について概観するとともに、二酸化炭素排出の限界的削減 (増加) の社会的限界便益 (費用) を様々な DDR を用いて計算した例についても述べる。以上のDDRを支持する理論的および実証的分析に対して、Gollier(2004)はWeitzman (1998)と同じ理論的枠組みに基づいて、社会的に効率的な割引率は逓増することを示し、Weitzman (1998)とは正反対の結論に達した。これがいわゆる Weitzman-Gollier パズルである。最後にこれについて触れる。

II 割引率の不確実性と DDR

Weitzman (1998) は遠い将来の殆どあらゆるものに不確実性が存在するが、全ての中でもっとも基礎的な不確実性は割引率それ自体に関係するとして、利益率 r についての不確実性がいかに DDR に導くかを示す。このことを示すために、彼は先ず、確実性等価割引因子 (certainty equivalent discount factor, CEDF) という概念を導入した。次にこの概念に基づいて確実性等価割引率 (certainty equivalent discount rate, CEDR) を導出し、この割引率が $t \rightarrow \infty$ のときの極限の最小可能な値に向かって逓減することを示した。

ここでは先ず、如上の Weitzman の議論の概要を数値例によって示そう。200年後に1億円の純便益を生む計画を評価するとしよう。200年後の割引率は不確実で、それは等しい確率を持つ2%か6%であるとしよう。このとき、この計画の評価基準として妥当なものは純便益の現価の期待値と考えられ、それは

$$0.5 \exp(-0.02 \times 200) + 0.5 \exp(-0.06 \times 200) = 0.00916 \text{ (億円)}$$

によって計算される。ここで、200年後の1億円の (期待) 現価が0.00916億円であるから、0.00916は (期待) 割引因子と考えることができる。これが Weitzman のいわゆる CEDF である。この割引因子に対応する割引率は、 $\exp(-r^{PV} \times 200) = 0.00916$ を満たす r^{PV} であるので、 $r^{PV} = 0.023$ である。これが Weitzman のいわゆる CEDR である。この例において、1億円の便益が生まれるのは200年後ではなく1年後であるとすると、CEDR は0.04、また、10年後、50年後、100年後、400年後の CEDR は、それぞれ0.038, 0.031, 0.027, 0.022 であるので、CEDR は時間とともに下落していることが分かる。すなわち不確実性下で DDR が出現している。なお、この CEDR 逓減という結果は割引率が不確実ということだけでな

く、不確実性が解消したとき、その実現した利子率は持続するという（暗黙裡の）仮定に決定的に依存している。

上記の数値例を一般化し、 t 年後の不確実な割引率は確率変数 \tilde{r} で表されるとしよう。このとき CEDR は $\exp(-r^{PV}t) = E[\exp(-\tilde{r}t)]$ を満たす r^{PV} であるので、

$$r^{PV} = -\frac{1}{t} \ln[E[\exp(-\tilde{r}t)]]$$

である。この r^{PV} が時間にわたって減少することは2通りの方法で証明される。その中の1つはPratt(1964)の定理を利用する。まず、上式において、 r^{PV} は t の関数であるので、 $r^{PV} = r^{PV}(t)$ と書くことにし、凸関数 $u_1(c) = \exp(tc)$ を効用関数とする個人1を考える。このとき、 $c = -r^{PV}(t)$ とすると、 $-r^{PV}(t)$ は効用関数 u_1 を持つ個人1が不確実な消費 $-\tilde{r}$ に直面したときの確実性等価であると見なせる。次に $u_2(c) = \exp((t+1)c)$ を効用関数とする個人2を考えると、 $-r^{PV}(t+1)$ は効用関数 u_2 を持つ個人2が不確実な消費 $-\tilde{r}$ に直面したときの確実性等価である。このとき、Pratt(1964)の定理1から、任意の t について $-r^{PV}(t+1) > -r^{PV}(t)$ が成り立つことを証明できる。

このCEDR 逡減の証明におけるように、効用関数が凸関数で消費が負のときに、個人1（2）の不確実な消費の期待値 $E[-\tilde{r}]$ 、リスクプレミアム $\pi_1(-\tilde{r})$ （ $\pi_2(-\tilde{r})$ ）、確実性等価 $-r^{PV}(t)$ （ $-r^{PV}(t+1)$ ）の関係を図示し、それによって $r^{PV}(t) > r^{PV}(t+1)$ 、すなわちCEDR 逡減を示すことは、筆者が知る限り行われたことはないと思われるので、それを行ってみると図2のようになる（図の r_1 と r_2 は不確実な消費の2つの結果。これらは両個人に共通であるので、その期待値 $E[-\tilde{r}]$ も共通である）。

さて、英国財務省は上述のように利子率の不確実性がDDRを導くことを示したWeitzman(1998)と、成長の不確実性がDDRを導くことを示したGollier(2001, 2002a, b, 2004)に基づいて、グリーンブック(2003)において表1のようなDDRの利用を奨める。そこには長期割引因子も掲載されている。その一部の数値を抜粋すると表2のようになる。表2の割引因子は次のように計算されている。まず、30年後の割引因子 DF_{30} は表1より割引率は3.5%であるので、 $DF_{30} = (1.035)^{-30} = 0.3563$ と求められる。次に、例えば

表1 グリーンブックのDDR

年	0-30	31-75	76-125	126-200	201-300	301+
割引率	3.5%	3.0%	2.5%	2.0%	1.5%	1.0%

表2 グリーンブックの割引因子

年	30	50	100	150	200	250	300	350
割引因子	0.3653	0.1973	0.0508	0.0167	0.0062	0.0029	0.0014	0.0009

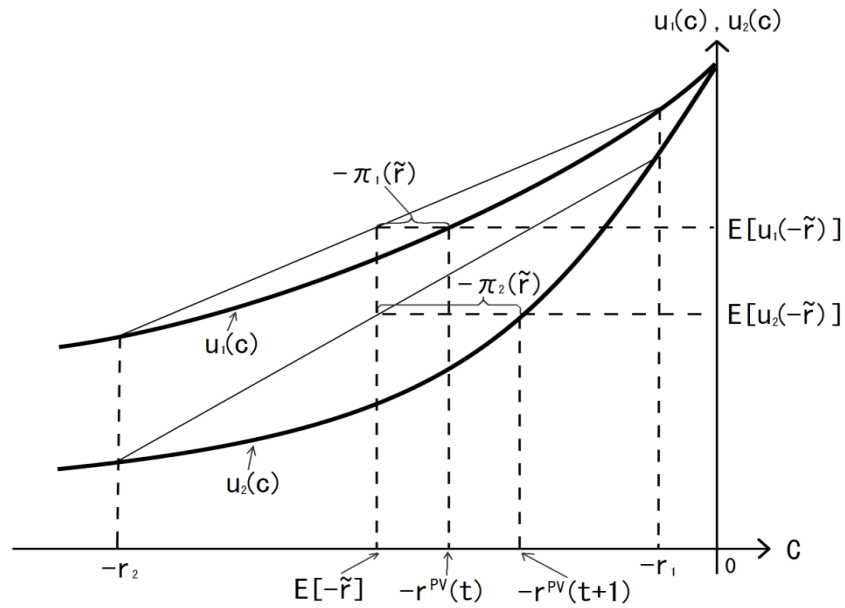


図2 CEDR 遞減 ($r^{PV}(t) > r^{PV}(t+1)$)

50年後の割引因子 DF_{50} は、 DF_{30} を表1の31-75年に対する割引率3.0%で $(50-30) = 20$ 年間割引いた $DF_{50} = (1.035)^{-30} \times (1.03)^{-20} = 0.1973$ である。このようにして求められる割引因子は表の31-75年に対する割引率3.0%を現時点(0年)から適用した $(1.03)^{-50} = 0.2281$ とは異なることに注意せよ。他の年に対する割引因子も同様に求められる。

如上の割引因子の計算から分かるように、表1の各 t 年に対応する割引率はその年の費用と便益を現時点(0年)に割引く割引率ではなく、 $t-1$ 年に割引く割引率である。 t 年の費用と便益を現時点に割引く割引率 $r(t)$ は $r(t) = (1/DF_t)^{1/t} - 1$ によって求められる。例えば、50年後の費用と便益を現時点に割引く割引率 $r(50)$ は、 $r(50) = (1/DF_{50})^{1/50} - 1 = 0.0330$ である。このようにして求められた割引率は、割引率が50年間同じ水準の $r(50)$ であるとした時の割引率であるので、平均割引率とすることができる。これに対して、 t 年の費用と便益を $t-1$ 年に割引く割引率は、離散時間版の限界割引率（あるいは瞬間割引率）である。なお、しばしば前者の割引率は実効期間構造（effective term structure）、後者の割引率はフォワード・レート（forward rate）と呼ばれる（例えば、Arrow et al. (2014)）。

III DDRの実証分析

DDR は Weitzman(2001), N&P, Groom et al.(2007), Alberini et al.(2009), Freeman et al.(2013)などの実証分析によっても支持されている。図3は計量ファイナンスの成果を応用した N&P のランダムウォークモデル、Groom et al.(2007)の状態-空間モデル、Freeman et al.(2013)のAADLモデルによるアメリカ合衆国政府債のフォワード・レートの推定値を示す（一定率（4%）の場合も示されている）。明らかに、フォーワ

ード・レートの推定値は逡減している。これらの推定値は、Nordhaus (1994) あるいは Nordhaus and Boyer(2000)の DICE モデルを利用して二酸化炭素の1炭素トン排出の社会的損害を求め、それを現時点に割り引いて二酸化炭素排出の社会的限界費用をその現価として求めるために利用される。先ず、Nordhaus and Boyer(2000)の DICE モデルを利用して二酸化炭素が追加的に1炭素トン排出されたときの社会的損害を推定した結果を図示すると図4のようになる (Groom et al.(2007)図2, Freeman et al.(2013)図4参照)。これは図1とは金額も便益あるいは損害の時系列的形態もかなり異なる。その理由は用いられた DICE モデルのバージョンが図1では DICE-2007 であるのに対して、図4では DICE-1994 である (と考えられる) ことにあると考えられるが、この理由が妥当か否かについては筆者には今のところ不明である。

次に、図4の社会的損害を各種のフォワード・レートを利用した二酸化炭素の1炭素トン排出の社会的限界費用を1989年USドルで表した結果は、一定:5.2, ランダムウォーク:10.3, グリーンブック:12.5, フィッシャー効果:12.9, 状態-空間:14.4となる。この5者の限界費用の大きさの降順の順序は50年以前のフォワード・レートの大きさの昇順の順序とおおむね一致するので、限界費用の大きさに影響するのは50年以前の割引率の大きさと言うことができると思われる。しかし、このような結果になるのは図4のように損害額自体が100年後までは急激に増加し、その後は漸減することによると思われる。図1のように、便益が将来遠くになればなるほど大きくなるような場合には結果は当然異なったものになると思われる。

IV Weitzman-Gollier パズル

さて、以上ではDDRを支持する主要な基本的な理論的および実証的分析について述べた。しかし、Gollier (2004) は投資決定基準として Weitzman (1998)ように期待正味現価ではなく、期待正味将来価値 (expected net future value, 以下、ENFV) をとると、CEDRは逡増することを示し、Weitzman (1998) とは正反対の結論を得た。このことは Weitzman-Gollier パズルと呼ばれるパズルを惹起し、その解決のためにいくつかの提案がなされている。しかしここでは紙幅の関係から CEDR 逡増の主要部分を述べるに止める。

いま貨幣1単位を投資すると、時点 t で確実な利得 Z が得られるが、その時点での利子率は不確実で \tilde{r} で表されるとしよう。このとき、 $ENFV = Z - 1 \times E[\exp(\tilde{r}t)]$ である。この場合、不確実な利益率 (利

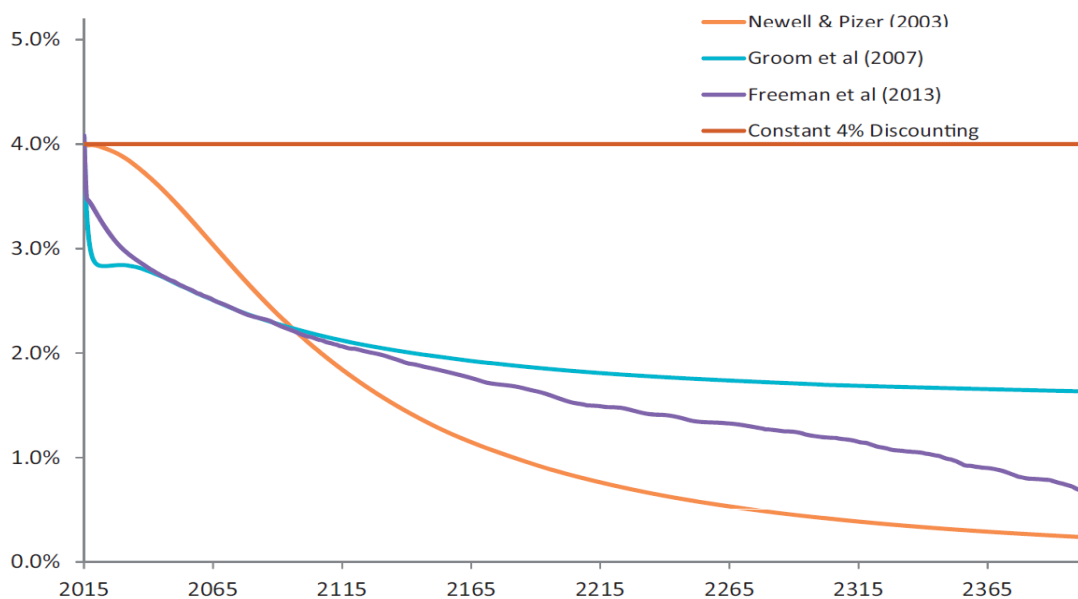


図3 アメリカのフォワード・レートの推定値

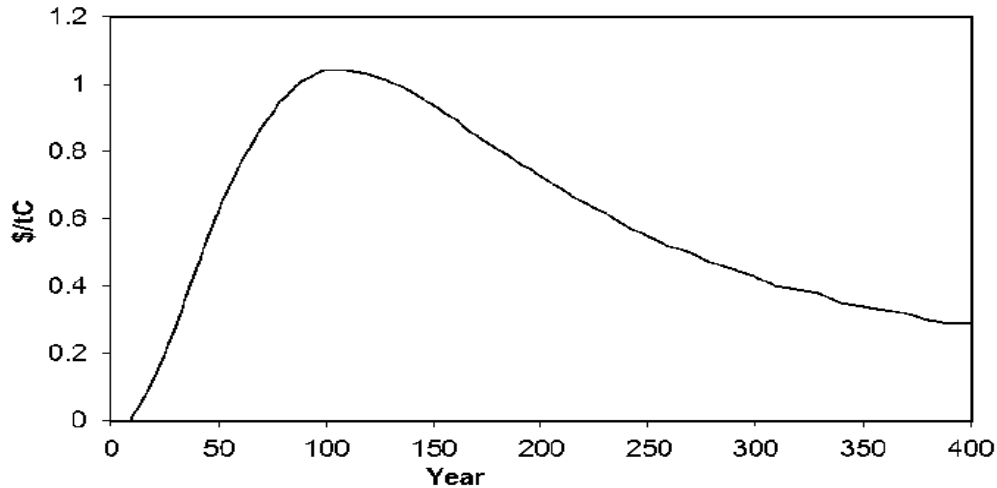


図4 二酸化炭素排出の社会的損害

子率)と同じ結果を生む(平均)CEDRを r^{FV} とすると

$$\exp(r^{FV}t) = E[\exp(\tilde{r}t)] \Rightarrow r^{FV} = \frac{1}{t} \ln[E[\exp(\tilde{r}t)]]$$

である。 r^{FV} は通増することが証明できる。これはCEDR(r^{PV})が通減するというWeitzman(1998)とは正反対の結論である。

主要参考文献

- 1) Arrow, K. J., M. L. Cropper, C. Gollier, B. Groom, G. M. Heal, R. G. Newell, W. D. Nordhaus, R. S. Pindyck, W. A. Pizer, P. R. Portney, T. Sterner, R. S. Tol, and M. L. Weitzman (2014) "Should Government Use a Declining Discount Rate in Project Analysis?", *Review of Environmental Economics and Policy*, vol.8 No.2 pp.145-163.
- 2) Freeman, M. C., B. Groom, E. Panopoulou, and T. Pantelidis (2013) "Declining discount rate and Fisher Effect: Inflated Past, discounted future?" Center for Climate Change Economics and Policy Working Paper No.129, Grantham Research Institute on Climate Change and Environment Working Paper No.109
- Gollier, C. (2004) "Maximizing the Expected Net Future Value as an Alternative Strategy to Gamma Discounting", *Finance Research Letters*, Vol.1, No.2, pp.85-89.
- 3) Gollier, C. (2004) "Maximizing the Expected Net Future Value as an Alternative Strategy to Gamma Discounting", *Finance Research Letters*, vol.1 No.2 pp.85-89.
- 4) Groom, B., P. Koundouri, E. Panopoulou, and T. Pantelidis (2007) "Discounting the Distant Future: How much does model selection affect the certainty equivalent rate?" *Journal of Applied Econometrics*, vol.22 No.3 pp. 641-656.
- 5) HM Treasury (2003) *The Green Book: Appraisal and Evaluation in Central Government*, HM Treasury.
- 6) Newell, R. and W. Pizer (2003) "Discounting the Benefits of Climate Change Mitigation: How Much do Uncertain Rates Increase Valuations?", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.46, No.1, pp.52-71.
- 7) Nordhaus, W. D. (2008), *A Question of Balance: Weighing the Options on Global Warming Policy*, Yale University Press.
- 8) Pratt, J. (1964) "Risk Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica*, Vol.32, No.1-2, pp.122-136.
- 9) 坂本浩章 (2014) 「地球温暖化問題と社会的割引の理論」『環境経済・政策研究』Vol5, No.1, pp.46-76.
- 10) Weitzman, M. (1998) "Why the Far-Distant Future Should Be Discounted at Its Lowest Possible Rate", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.36, No.3, pp.201-208.